

Olimpiada Națională de Matematică

Etape locală - 7 februarie 2025

Clasa a VI-a - Enunțuri

1. a) Arătați că 2025 poate fi scris ca sumă de N numere naturale consecutive, unde N este numărul divizorilor lui 2025.
b) Determinați numerele naturale a și b , $a < b$ știind că $3 \cdot [a; b] + 4 \cdot (a; b) = 2025$, unde $[a; b]$ este cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b iar $(a; b)$ este cel mai mare divizor a lui a și b .

2. Fie $\angle AOB$; $\angle BOC$; $\angle COD$; $\angle DOA$ unghiuri formate în jurul unui punct, OE bisectoarea unghiului $\angle AOB$, OF bisectoarea unghiului $\angle DOA$. Se știe că:

$$3 \cdot \angle AOB = 4 \cdot \angle DOC, 9 \cdot \angle DOA = 8 \cdot \angle BOC \text{ și } \frac{\angle AOB}{4} = \frac{\angle BOC}{9}.$$

- a) Demonstrați că $OE \perp OF$.
b) Dacă OG este bisectoarea unghiului $\angle BOC$ determinați măsura unghiului $\angle FOG$.

3. Găsiți numerele naturale n și p pentru care $p^4 = n^4 - 5n^2 - 20$, unde p este număr natural prim.

(Adaptare Gazeta Matematică nr. 10/2024)

4. Pe o dreaptă se consideră punctele $A_0; A_1; A_2; \dots; A_{2025}$, în această ordine, astfel ca $A_0A_1 = 1 \text{ cm}$, $A_1A_2 = 2 \text{ cm}$, $A_2A_3 = 3 \text{ cm}, \dots, A_{2024}A_{2025} = 2025 \text{ cm}$ și M mijlocul segmentului A_0A_{2025} . Determinați $k \in \mathbb{N}$ pentru care punctul M aparține segmentului A_kA_{k+1} .

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
 - Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
 - Nu se acordă puncte din oficiu;
 - Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.
-